



## Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

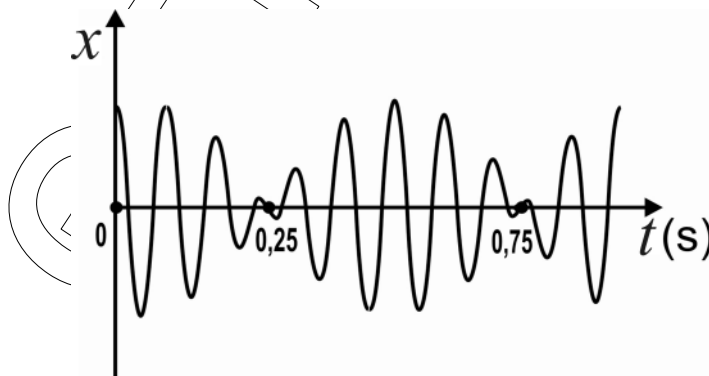
### ΦΥΣΙΚΗ

#### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις 1 έως 4 να γράψετε στο τετράδιο σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

- A1.** Κατά τη διάρκεια μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης ενός σώματος:
- όταν η συνισταμένη δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα, αυξάνεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.
  - όταν η κινητική ενέργεια του σώματος μειώνεται, μειώνεται και η απόστασή του από τη θέση ισορροπίας.
  - όταν το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος αυξάνεται, αυξάνεται η κινητική του ενέργεια.
  - όταν το σώμα επιβραδύνεται, η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης αυξάνεται.
- (Μονάδες 5)**
- A2.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση ενεργεί δύναμη απόσβεσης της μορφής  $F_{\text{αντ}} = -b \cdot v$ . Το πλάτος της ταλάντωσης:
- αυξάνεται.
  - μειώνεται με σταθερό ρυθμό.
  - μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
  - παραμένει σταθερό.
- (Μονάδες 5)**
- A3.** Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η απομάκρυνση  $x$  σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ , για ένα υλικό σημείο του οποίου η κίνηση παρουσιάζει διακροτήματα.



Το πλήθος των μηδενισμών του πλάτους της κίνησης ανά δευτερόλεπτο είναι ίσος με:

α. 1                      β. 2                      γ. 3                      δ. 6

(Μονάδες 5)

- A4.** Υλικό σημείο Α ελαστικού μέσου εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:

$$y_1 = A\eta\mu 10\pi t \quad \text{και} \quad y_2 = A\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2})$$

Η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης που εκτελεί το σημείο Α είναι:

α.  $y = 2A\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{4})$

β.  $y = 2A\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2})$

γ.  $y = A\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{4})$

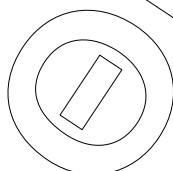
δ.  $y = A\sqrt{2}\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2})$

(Μονάδες 5)

- A5.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

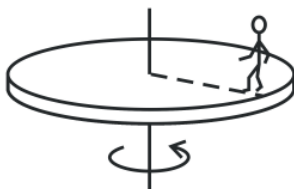
- α. Μία φωτεινή ακτίνα, που διαδίδεται στο νερό με κατεύθυνση προς τον αέρα, διαπερνά πάντοτε τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων.
- β. Όταν ένα σώμα εκτελεί μεταφορική κίνηση, κάθε στιγμή όλα τα σημεία του έχουν ίσες ταχύτητες.
- γ. Όταν δύο σφαίρες συγκρούονται κεντρικά, οι ταχύτητές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τόσο πριν όσο και μετά την κρούση.
- δ. Κατά την εξαναγκασμένη ταλάντωση ο τρόπος με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα αποδέχεται την ενέργεια είναι εκλεκτικός και εξαρτάται από τη συχνότητα με την οποία προσφέρεται.
- ε. Στο στάσιμο κύμα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του ελαστικού μέσου στο άλλο.

(Μονάδες 5)



**ΘΕΜΑ Β**

- B1.** Σε σημείο της περιφέρειας ομογενούς οριζόντιου δίσκου παιδικής χαράς στέκεται ένα παιδί. Το σύστημα δίσκος – παιδί περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου.



Κάποια στιγμή το παιδί αρχίζει να βαδίζει προς το κέντρο του δίσκου. Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής:

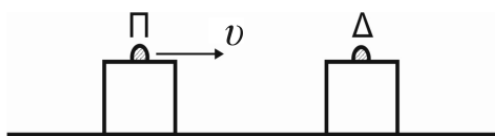
- I.** η στροφορμή του συστήματος:  
 α. αυξάνεται    β. παραμένει σταθερή    γ. μειώνεται

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (Μονάδες 2)  
 Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Μονάδες 2)

- II.** η στροφορμή του δίσκου:  
 α. αυξάνεται    β. παραμένει σταθερή    γ. μειώνεται

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (Μονάδες 2)  
 Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Μονάδες 3)

- B2.**



Επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκονται δύο μικρά και όμοια σώματα ίδιας μάζας, που φέρουν το ένα πομπό (Π) και το άλλο δέκτη (Δ) ηχητικών κυμάτων. Αρχικά το σώμα που φέρει τον πομπό, κινείται με κατεύθυνση προς

το ακίνητο σώμα που φέρει το δέκτη, με ταχύτητα μέτρου  $v = \frac{v_{\eta\chi}}{10}$ , όπου  $v_{\eta\chi}$

είναι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Ο δέκτης, πριν την κρούση, καταγράφει συχνότητα  $f_1$  και μετά την

κρούση καταγράφει συχνότητα  $f_2$ . Το πηλίκο  $\frac{f_1}{f_2}$  είναι ίσο με:

- α.  $\frac{10}{9}$                       β.  $\frac{81}{100}$                       γ.  $\frac{100}{81}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (Μονάδες 2)  
 Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (Μονάδες 6)

**B3.** Δύο σύγχρονες πηγές A και B δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα, ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους. Σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις  $r_1$  και  $r_2$  αντίστοιχα. Εάν  $f_{1,\min}$  η ελάχιστη δυνατή συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ώστε τα κύματα να συμβάλλουν ενισχυτικά στο σημείο Σ και  $f_{2,\min}$  η ελάχιστη δυνατή συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ώστε τα κύματα να συμβάλλουν αποσβεστικά στο σημείο Σ, τότε ο λόγος  $\frac{f_{1,\min}}{f_{2,\min}}$  είναι ίσος με :

- α. 1                      β. 2                      γ.  $\frac{1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

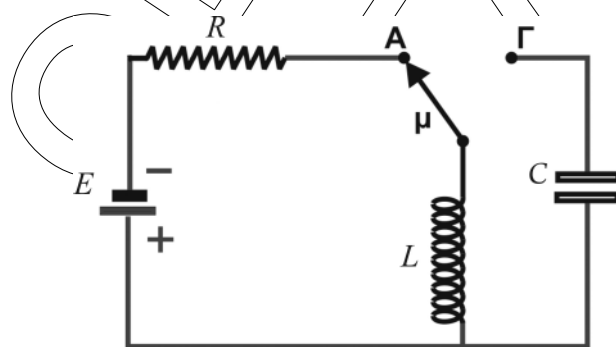
(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

### ΘΕΜΑ Γ

Για το κύκλωμα του σχήματος δίνεται ότι ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα  $C = 5 \mu\text{F}$  και είναι αρχικά αφόρτιστος, το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 0,2 \text{ H}$ , ο αντιστάτης έχει ωμική αντίσταση  $R = 10 \Omega$  και η πηγή έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E = 10 \text{ V}$  και αμελητέα εσωτερική αντίσταση. Το πηνίο και οι υπόλοιποι αγωγοί έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση.



Αρχικά, ο μεταγωγός  $\mu$  βρίσκεται στη θέση A και το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα.

**Γ1.** Να υπολογίσετε την τιμή της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

(Μονάδες 6)

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μεταφέρουμε ακαριαία το μεταγωγό από τη θέση A στη θέση Γ, χωρίς να υπάρχουν απώλειες ενέργειας και το κύκλωμα LC αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

**Γ2.** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος.

(Μονάδες 6)

**Γ3.** Να γράψετε την εξίσωση της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρήστε θετική τη φορά του ρεύματος στο πηνίο τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

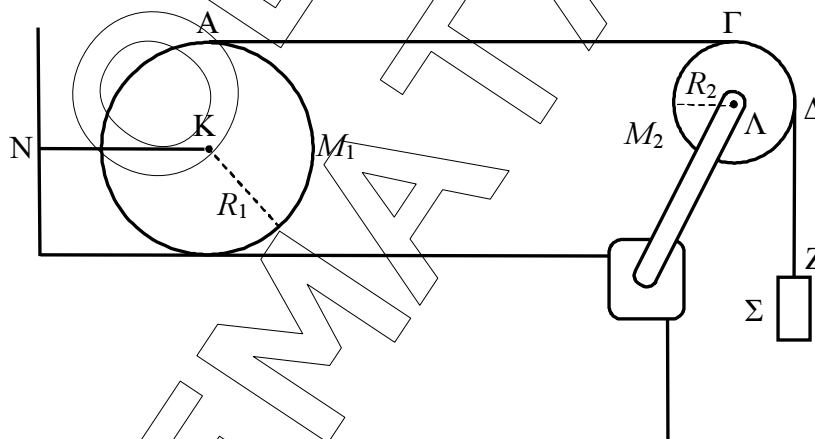
(Μονάδες 6)

**Γ4.** Να υπολογίσετε το πηλίκο  $\frac{U_E}{U_B}$  της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή προς την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου, όταν η στιγμιαία τιμή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα ισούται με το μισό της μέγιστης τιμής της.

(Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ Δ

Η διάταξη του παρακάτω σχήματος αποτελείται από έναν ομογενή κύλινδρο, μάζας  $M_1 = 8 \text{ Kg}$  και ακτίνας  $R_1 = 0,2 \text{ m}$ , μία τροχαλία, μάζας  $M_2 = 3 \text{ Kg}$  και ακτίνας  $R_2 = 0,1 \text{ m}$  και το σώμα  $\Sigma$ , μάζας  $m = 3 \text{ Kg}$ . Ο κύλινδρος βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και έχει τυλιγμένο πολλές φορές γύρω του αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο εκτείνεται αρχικά οριζόντια και, αφού περάσει από την τροχαλία, στερεώνεται από το άκρο του  $Z$  στο σώμα  $\Sigma$ . Ένα άλλο οριζόντιο νήμα  $NK$  συνδέει το κέντρο του κυλίνδρου  $K$  με ακλόνητο σημείο  $N$ , έτσι ώστε όλο το σύστημα να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο σχήμα.



**Δ1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος  $NK$ .

(Μονάδες 6)

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  κόβουμε το νήμα  $NK$ , οπότε το σώμα  $\Sigma$  κατέρχεται με επιτάχυνση  $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο και η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της  $\Lambda$ . Να υπολογίσετε:

- Δ2. την τριβή που δέχεται ο κύλινδρος. (Μονάδες 6)
- Δ3. το συνολικό έργο των τάσεων που ασκούνται στην τροχαλία, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη χρονική στιγμή που το σώμα έχει κατέλθει κατά 8 m. (Μονάδες 6)
- Δ4. το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του, όταν η στροφορμή της τροχαλίας έχει μέτρο  $1,5 \frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}}$ . (Μονάδες 7)

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του:  $I_{\text{cm, κυλ.}} = \frac{1}{2} M_1 R_1^2$ , η ροπή αδράνειας της τροχαλίας προς τον άξονα περιστροφής της:  $I_{\text{cm, τρ.}} = \frac{1}{2} M_2 R_2^2$ . Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει γύρω από τον κύλινδρο καθώς και στο αυλάκι της τροχαλίας.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**



**Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ**  
**ΦΥΣΙΚΗ**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. δ  
 A2. γ  
 A3. β  
 A4. γ  
 A5. α - Λ  
       β - Σ  
       γ - Σ  
       δ - Σ  
       ε - Λ

**ΘΕΜΑ Β**

- B1. I. Σωστή απάντηση: β

Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στον δίσκο και στο παιδί είναι τα βάρη τους, που έχουν κατακόρυφη διεύθυνση, δηλαδή παράλληλη διεύθυνση με τον άξονα περιστροφής του συστήματος. Επομένως η συνισταμένη των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων θα είναι μηδέν και ως εκ τούτου, λόγω της αρχής διατήρησης της στροφορμής, η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

- II. Σωστή απάντηση: α

Καθώς το παιδί κινείται προς το κέντρο του δίσκου, η ροπή αδράνειας του θα μειώνεται, με αποτέλεσμα να μειώνεται η ροπή αδράνειας του συστήματος. Λόγω όμως του ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής, θα αυξηθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος, άρα και του δίσκου. Έτσι, επειδή η ροπή αδράνειας του δίσκου παραμένει σταθερή, η στροφορμή του θα αυξηθεί.

**B2.** σωστή απάντηση:  $\gamma$ 

Η συχνότητα που λαμβάνει ο δέκτης πριν την κρούση των δύο σωμάτων είναι ίση με :

$$f_1 = \frac{v_{\eta\zeta}}{v_{\eta\zeta} - v} f_s \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{v_{\eta\zeta}}{v_{\eta\zeta} - \frac{v_{\eta\zeta}}{10}} f_s \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{v_{\eta\zeta}}{\frac{9}{10} \cdot v_{\eta\zeta}} f_s \quad \text{ή} \quad \boxed{f_1 = \frac{10}{9} f_s}$$

Εφόσον τα δύο μικρά σώματα είναι όμοια, οι μάζες τους θα είναι ίσες. Επομένως μετά την ελαστική μετωπική κρούση τα δύο σώματα θα ανταλλάξουν ταχύτητες. Έτσι ο πομπός πλέον θα είναι ακίνητος και ο δέκτης θα απομακρύνεται απ' αυτόν.

Με βάση τα παραπάνω, η συχνότητα που θα λαμβάνει ο δέκτης μετά την κρούση των δύο σωμάτων θα είναι ίση με:

$$f_2 = \frac{v_{\eta\zeta} - v}{v_{\eta\zeta}} f_s \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{v_{\eta\zeta} - \frac{v_{\eta\zeta}}{10}}{v_{\eta\zeta}} f_s \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{9 \cdot v_{\eta\zeta}}{10 \cdot v_{\eta\zeta}} f_s \quad \text{ή} \quad \boxed{f_2 = \frac{9}{10} f_s}$$

Άρα ο ζητούμενος λόγος των συχνοτήτων είναι ίσος με :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{9} f_s}{\frac{9}{10} f_s} \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{100}{81}}$$

**B3.** σωστή απάντηση:  $\beta$ 

Για να συμβάλλουν τα δύο κύματα ενισχυτικά στο σημείο Σ θα πρέπει να ισχύει:  $|r_1 - r_2| = N \cdot \lambda_1$ , όπου  $N = 0, 1, 2, \dots$

Αν  $v_\delta$  η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο υγρό και  $f_1$  η συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ισχύει ότι:

$$|r_1 - r_2| = N \frac{v_\delta}{f_1} \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{N \cdot v_\delta}{|r_1 - r_2|}, \quad \text{όπου } N = 0, 1, 2, \dots$$

Από τις παραπάνω διακριτές τιμές συχνοτήτων για τις οποίες έχουμε ενισχυτική συμβολή στο σημείο Σ, η μικρότερη δυνατή τιμή διάφορη του μηδενός προκύπτει για  $N = 1$  και είναι ίση με:  $\boxed{f_{1,\min} = \frac{v_\delta}{|r_1 - r_2|}}$

Για να συμβάλλουν τα δύο κύματα αποσβεστικά στο σημείο Σ θα πρέπει να ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = (2N + 1) \frac{\lambda_2}{2}, \quad \text{όπου } N = 0, 1, 2, \dots$$

Με δεδομένο ότι η ταχύτητα διάδοσης  $v_\delta$  των κυμάτων είναι ίδια με αυτή της ενίσχυσης (διότι εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης) και αν



$f_2$  η συχνότητα ταλάντωσης των πηγών στην περίπτωση που τα κύματα συμβάλλουν αποσβεστικά στο σημείο Σ, θα ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = (2N + 1) \frac{v_\delta}{2f_2} \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{(2N + 1)v_\delta}{2|r_1 - r_2|} \quad \text{όπου } N = 0, 1, 2, \dots$$

Από τις παραπάνω διακριτές τιμές συχνοτήτων για τις οποίες έχουμε αποσβεστική συμβολή στο σημείο Σ, η μικρότερη δυνατή τιμή διάφορη του

μηδενός προκύπτει για  $N = 0$  και είναι ίση με:  $f_{2,\min} = \frac{v_\delta}{2|r_1 - r_2|}$

$$\text{Άρα: } \frac{f_{1,\min}}{f_{2,\min}} = \frac{\frac{v_\delta}{|r_1 - r_2|}}{\frac{v_\delta}{2|r_1 - r_2|}} \quad \text{ή} \quad \frac{f_{1,\min}}{f_{2,\min}} = 2$$

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αρχικά, η ένταση του ρεύματος είναι:  $I = \frac{E}{R} = \frac{10}{10} \text{ A} = 1 \text{ A}$ .

Για την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου θα ισχύει:

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2 \quad \text{ή} \quad U_B = 0,1 \text{ J}$$

Γ2. Το ζητούμενο χρονικό διάστημα, που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος, είναι ίσο με μισή περίοδο. Επομένως θα ισχύει:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2} = \pi\sqrt{LC} \quad \text{ή} \quad \Delta t = \pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Γ3.  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ή  $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και το ρεύμα στο πηνίο  $+I$ . Επομένως θα έχουμε αρχική φάση.

Για την εξίσωση του ρεύματος στο κύκλωμα θα ισχύει:

$$i = -I \eta \mu(\omega t + \phi_0) \quad \left. \begin{array}{l} \text{για } t_0 = 0, i = +I \end{array} \right\} \Rightarrow +I = -I \eta \mu \phi_0 \Rightarrow \eta \mu \phi_0 = -1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

Άρα για τις εξισώσεις των  $i$  και  $q$  θα ισχύει:

$$i = -I \eta \mu\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad \text{ή} \quad i = I \sigma \nu \omega t$$

$$q = Q \sigma \nu\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad \text{ή} \quad q = Q \eta \mu \omega t$$

Επομένως για την εξίσωση της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο θα ισχύει:

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C} Q^2 \eta \mu^2 \omega t \quad \text{ή} \quad U_E = \frac{1}{2C} \left( \frac{I}{\omega} \right)^2 \eta \mu^2 \omega t \quad \text{ή}$$

$$U_E = \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} \left( \frac{1}{10^3} \right)^2 \eta \mu^2 10^3 t \quad \text{ή} \quad \boxed{U_E = 0,1 \eta \mu^2 10^3 t} \quad (\text{SI})$$

Εναλλακτικά, η εξίσωση της ενέργειας του πυκνωτή μπορεί να γραφτεί:

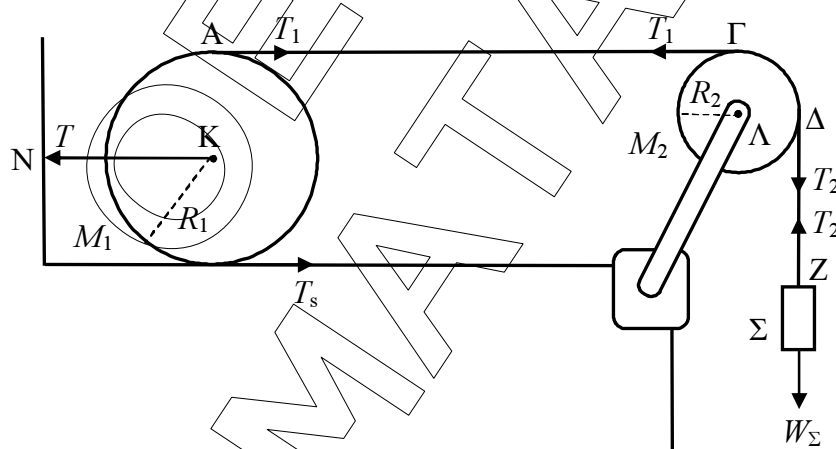
$$U_E = 0,1 \sigma \nu^2 \left( 10^3 t + \frac{\pi}{2} \right) (\text{SI})$$

**Γ4.** Αν  $E$  είναι η ολική ενέργεια του κυκλώματος, τότε για το ζητούμενο πηλίκο θα

$$\text{ισχύει: } \frac{U_E}{U_B} = \frac{E - U_B}{U_B} = \frac{E}{U_B} - 1 = \frac{\frac{1}{2} LI^2}{\frac{1}{2} Li^2} - 1 = \left( \frac{I}{i} \right)^2 - 1 = \left( \frac{I}{\frac{I}{2}} \right)^2 - 1 = 2^2 - 1 = 3$$

$$\text{Επομένως: } \boxed{\frac{U_E}{U_B} = 3}$$

### ΘΕΜΑ Δ

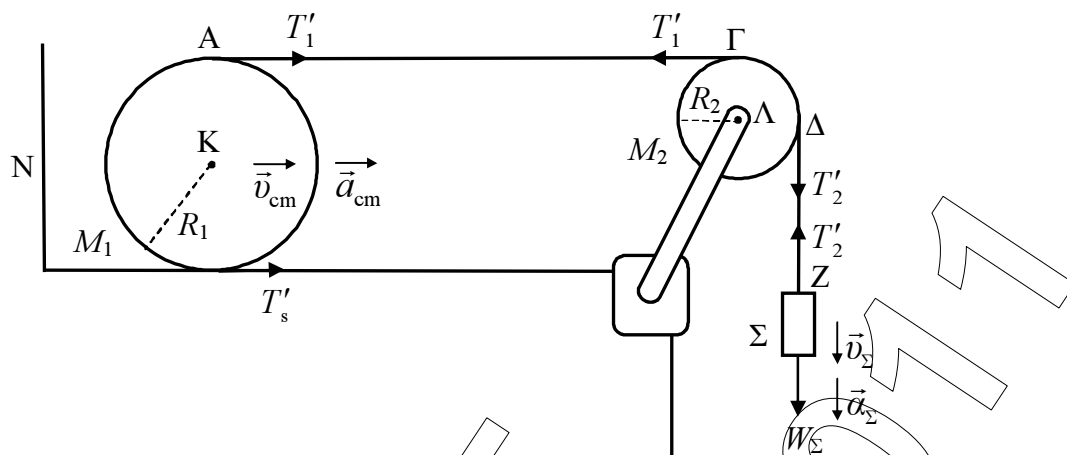


**Δ1.** Το σώμα  $\Sigma$  ισορροπεί:  $\Sigma F_y = 0$  ή  $T_2 = mg$  ή  $\boxed{T_2 = 30 \text{ N}}$

Η τροχαλία ισορροπεί:  $\Sigma \tau_{(\Delta)} = 0$  ή  $T_1 R_2 = T_2 R_2$  ή  $\boxed{T_1 = 30 \text{ N}}$

Ο κύλινδρος ισορροπεί:  $\Sigma \tau_{(K)} = 0$  ή  $T_1 R_1 = T_s R_1$  ή  $\boxed{T_s = 30 \text{ N}}$

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{ή} \quad T = T_s + T_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{T = 60 \text{ N}}$$



- Δ2.** Κατά την κύλιση χωρίς ολίσθηση του κυλίνδρου, η ταχύτητα του σημείου A υπολογίζεται ως η συνισταμένη της ταχύτητας  $v_{cm} \neq \omega R_1$  λόγω μεταφορικής κίνησης και της  $v = \omega R_1$  λόγω της περιστροφικής κίνησης (αρχής της επαλληλίας).

Επομένως για την ταχύτητα του σημείου A ισχύει ότι:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v} \quad \text{ή} \quad v_A = 2v_{cm}$$

Όμως ισχύει:  $v_\Sigma = v_A$  ( $v_\Sigma$  η ταχύτητα του σώματος Σ), διότι νήμα δεν είναι εκτατό.

Επομένως θα είναι:  $v_\Sigma = 2v_{cm}$  από την οποία προκύπτει:

$$\frac{dv_\Sigma}{dt} = \frac{d(2v_{cm})}{dt} = 2\frac{dv_{cm}}{dt} \quad \text{ή} \quad \alpha_\Sigma = 2\alpha_{cm} \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha_{cm} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Για την κύλιση χωρίς ολίσθηση του κυλίνδρου ισχύει:  $\alpha_{cm} = \alpha_\gamma R_1$

Για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma F = M_1 \alpha_{cm} \quad \text{ή} \quad \boxed{T'_1 + T'_s = M_1 \alpha_{cm}} \quad (1)$$

Για την περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_{cm, \text{κυλ.}} \alpha_\gamma \quad \text{ή} \quad T'_1 R_1 - T'_s R_1 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 \alpha_\gamma \quad \text{ή}$$

$$T'_1 - T'_s = \frac{1}{2} M_1 R_1 \alpha_\gamma \quad \text{ή} \quad \boxed{T'_1 - T'_s = \frac{1}{2} M_1 \alpha_{cm}} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:  $\boxed{T'_1 = 12 \text{ N}}$  και  $\boxed{T'_s = 4 \text{ N}}$ .

- Δ3.** Το σώμα Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Για την χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία το σώμα θα έχει κατέλθει κατά  $h = 8 \text{ m}$  θα ισχύουν:

$$h = \frac{1}{2} \alpha_{\Sigma} t_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{t_1 = 2 \text{ s}} \quad \text{και} \quad v_{\Sigma} = \alpha_{\Sigma} t_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{v_{\Sigma} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}.$$

Την χρονική στιγμή  $t_1$  τα σημεία της περιφέρειας της τροχαλίας έχουν ταχύτητα  $v_1 = \omega_1 R_1$ , η οποία είναι ίση με την ταχύτητα  $v_{\Sigma}$  του σώματος.

Επομένως θα ισχύει:  $v_{\Sigma} = \omega_1 R_1$  ή  $\boxed{\omega_1 = 80 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα Έργου - Ενέργειας για την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας προκύπτει:

$$\sum W_{\text{ροπών}} = K_{\text{περ},1} - K_{\text{περ},0} = \frac{1}{2} I_{\text{cm},\text{τρ}} \omega_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\sum W_{\text{ροπών}} = 48 \text{ J}}$$

- Δ4.** Όταν η στροφορμή της τροχαλίας έχει μέτρο  $L_{\text{τρ},2} = 1,5 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$ , ισχύει:

$$L_{\text{τρ},2} = I_{\text{cm},\text{τρ}} \omega_{\text{τρ},2} = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 \omega_{\text{τρ},2} \quad \text{ή} \quad \boxed{\omega_{\text{τρ},2} = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Επειδή όμως η ταχύτητα λόγω περιστροφικής κίνησης  $v_{\Gamma}$  των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας είναι κάθε στιγμή ίση με την ταχύτητα λόγω περιστροφικής κίνησης  $v_A$  των σημείων της περιφέρειας του κυλίνδρου, θα ισχύει:

$$v_A = 2v_{\text{cm}} = v_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad 2\omega_{\text{κυλ},2} R_1 = \omega_{\text{τρ},2} R_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\omega_{\text{κυλ},2} = 25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Επομένως:  $L_{\text{κυλ},2} = I_{\text{cm},\text{κυλ}} \omega_{\text{κυλ},2} = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 \omega_{\text{κυλ},2}$  ή  $\boxed{L_{\text{κυλ},2} = 4 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}$