ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

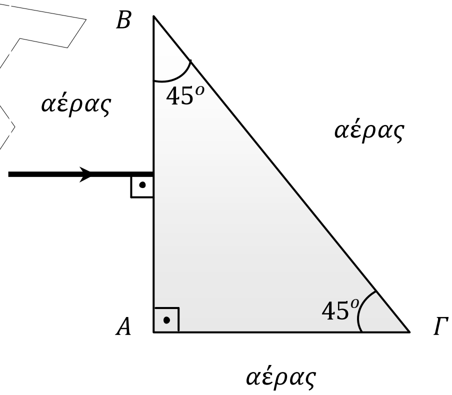
Ημερομηνία: Τετάρτη 23 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η κάθετη τομή ενός πρίσματος ολικής ανάκλασης που βρίσκεται στον αέρα. Ακτίνα φωτός που διαδίδεται στον αέρα προσπίπτει κάθετα στην πλευρά AB του πρίσματος. Η γωνία εκτροπής της ακτίνας εξαιτίας της διέλευσής της από το πρίσμα ισούται με:



α. 30^o
β. 45^o
γ. 60^o
δ. 90^o

Μονάδες 5

Α2. Δύο σφαίρες μαζών m_1, m_2 που κινούνται με ορμές $\vec{p_1}, \vec{p_2}$ και κινητικές ενέργειες K_1, K_2 αντίστοιχα, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Κατά την κρούση ισχύει:

α. $\Delta\vec{p_1} = \Delta\vec{p_2}$ και $\Delta K_1 = \Delta K_2$

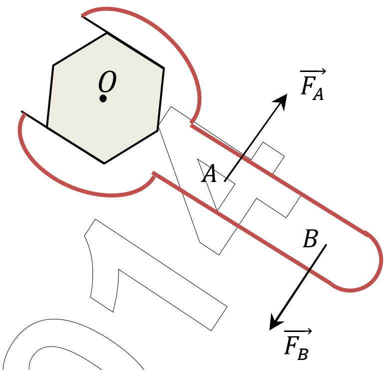
β. $\Delta\vec{p_1} = -\Delta\vec{p_2}$ και $\Delta K_1 = \Delta K_2$

γ. $\Delta\vec{p_1} = -\Delta\vec{p_2}$ και $\Delta K_1 = -\Delta K_2$

δ. $\Delta\vec{p_1} = \Delta\vec{p_2}$ και $\Delta K_1 = -\Delta K_2$

Μονάδες 5

Α3. Ασκώντας ένα ζεύγος δυνάμεων στο κλειδί του σχήματος προκαλούμε την περιστροφή της βίδας. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο και των δύο δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους:



α. διπλασιάζεται.
β. υποδιπλασιάζεται.
γ. τετραπλασιάζεται.
δ. παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

Α4. Μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T και πλάτος A. Μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητάς του:

α. διανύει απόσταση A σε χρόνο $T/4$.
β. διανύει απόσταση $2A$ σε χρόνο $T/2$.
γ. διανύει απόσταση $4A$ σε χρόνο T.
δ. διανύει απόσταση A σε χρόνο $T/2$.

Μονάδες 5

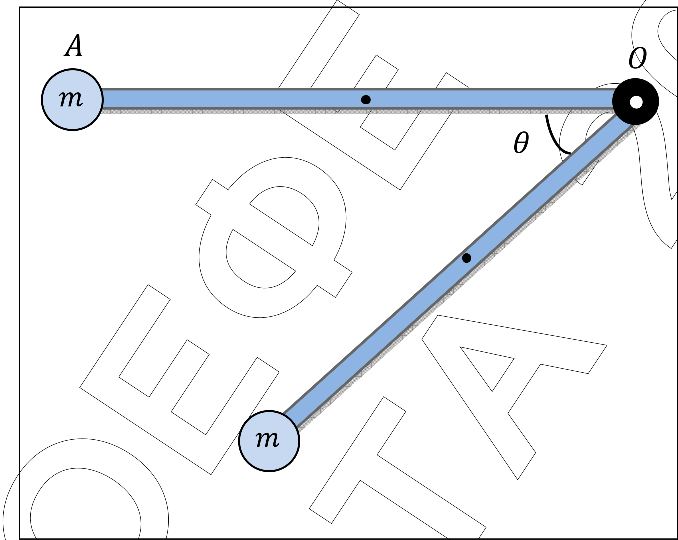
Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος, για τη λανθασμένη.*

α. Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης ισχύει και στην κίνηση ενός τροχού που κυλίεται, αρκεί ο άξονας περιστροφής να διέρχεται από το κέντρο μάζας, να είναι άξονας συμμετρίας και να μην αλλάζει κατεύθυνση κατά τη διάρκεια της κίνησης.
β. Σε κύκλωμα εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων αν μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή τότε θα μεταβληθεί και η συχνότητα των ταλαντώσεων του κυκλώματος.
γ. Όταν μια μικρή σφαίρα συγκρούεται πλάγια και ελαστικά με κατακόρυφο τοίχο, τότε η ορμή της σφαίρας παραμένει σταθερή.
δ. Το φαινόμενο της παλίρροιας στον κόλπο του Fundy στον Καναδά οφείλεται στην εξαναγκασμένη ταλάντωση της μάζας του νερού στην επιφάνεια της Γης εξαιτίας της βαρυτικής έλξης της Σελήνης.
ε. Κατά μήκους γραμμικού ελαστικού μέσου έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δύο διαδοχικών υλικών σημείων του μέσου, που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος, είναι ίση με $\pi\ rad$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ομογενής ράβδος (ΟΑ) μήκους ℓ και μάζας M μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος. Στο άκρο A της ράβδου έχει κολληθεί με κατάλληλο τρόπο σημειακή μάζα $m = \frac{M}{2}$. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσο της και είναι κάθετος σε αυτήν υπολογίζεται από τη σχέση $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν θ η γωνία που σχηματίζει κάθε χρονική στιγμή η ράβδος με την αρχική της θέση, τότε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου ισούται με:

α. $\frac{6g\sigma\upsilon\nu\theta}{5\ell}$ **β.** $\frac{24g\sigma\upsilon\nu\theta}{7\ell}$ **γ.** $\frac{3g\sigma\upsilon\nu\theta}{\ell}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σας.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Μονάδες 5

Β2. Διαθέτουμε δύο πανομοιότυπες χορδές (1) και (2). Στη χορδή (1) στερεώνουμε ακλόνητα τα άκρα της και δημιουργούμε με κατάλληλο τρόπο στάσιμο κύμα με N συνολικά κοιλίες, οι οποίες έχουν συχνότητα ταλάντωσης f_1 η καθεμία. Στη χορδή (2) στερεώνουμε ακλόνητα το ένα άκρο της ενώ το άλλο άκρο της είναι ελεύθερο και δημιουργούμε με κατάλληλο τρόπο στάσιμο κύμα οπότε το ελεύθερο άκρο της είναι κοιλία. Αν ο συνολικός αριθμός κοιλιών στη χορδή (2) είναι επίσης N και η συχνότητα ταλάντωσής τους είναι f_2 τότε ισχύει:

α. $\frac{f_1}{f_2} = 1$ **β.** $\frac{f_1}{f_2} = \frac{2N}{2N-1}$ **γ.** $\frac{f_1}{f_2} = \frac{N}{N-1}$

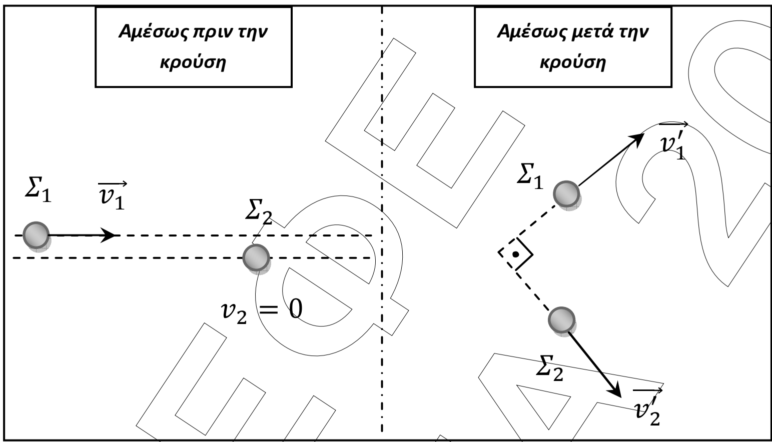
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σας.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Μονάδες 4

Β3. Μικρή σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 συγκρούεται ελαστικά και έκκεντρα με ακίνητη μικρή σφαίρα Σ_2 μάζας m_2, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετά την κρούση τους οι σφαίρες κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις.



Οι μάζες των σφαιρών ικανοποιούν τη σχέση:

α. $m_1 = m_2$

β. $m_1 = \frac{m_2}{2}$

γ. $m_1 = 2m_2$

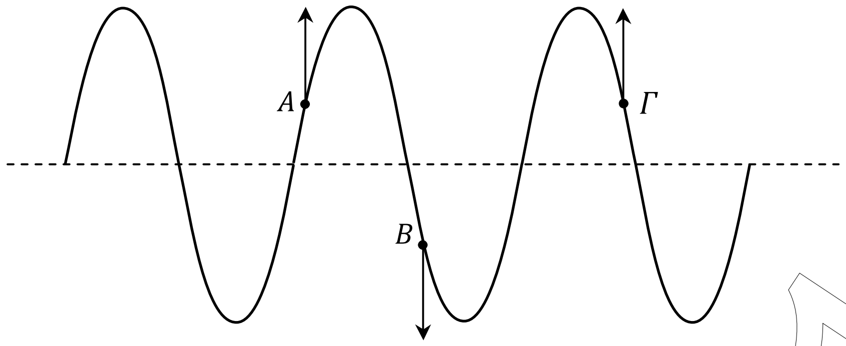
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σας.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Μονάδες 4

Β4. Οριζόντια ελαστική χορδή εκτείνεται κατά μήκος του άξονα $x'x$. Στη χορδή έχουμε ή διάδοση αρμονικού κύματος ή δημιουργία στάσιμου κύματος με κατάλληλο μηχανισμό. Στο σχήμα απεικονίζονται οι απομακρύνσεις των σημείων ενός τμήματος της χορδής από τη θέση ισορροπίας τους ορισμένη χρονική στιγμή. Επίσης έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων A, B και Γ της χορδής την ίδια χρονική στιγμή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η γραφική παράσταση (στιγμιότυπο) αντιστοιχεί:

α. σε κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά.

β. σε κύμα που διαδίδεται προς τα αριστερά.

γ. σε στάσιμο κύμα.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

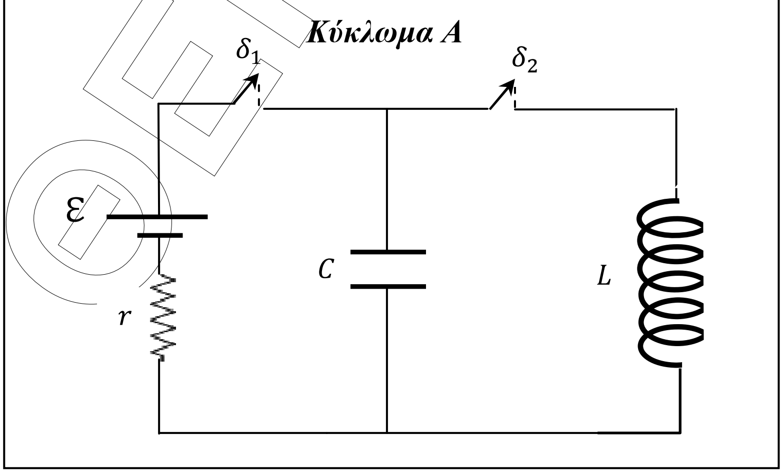
Μονάδες 2

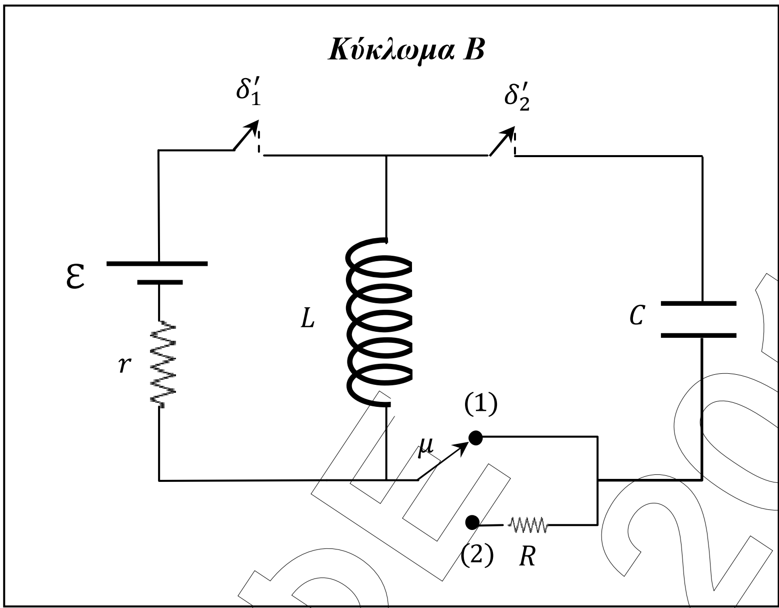
Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Τα ηλεκτρικά κυκλώματα A και B του σχήματος αποτελούνται από πυκνωτή χωρητικότητας $C = 1\mu F$, ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 10mH$, πηγή με ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E} = 20V$ και εσωτερική αντίσταση $r = 2\Omega$. Το κύκλωμα B διαθέτει κλάδο με αντιστάτη αντίστασης R. Οι αγωγοί σύνδεσης στα κυκλώματα έχουν αμελητέα αντίσταση. Αρχικά οι διακόπτες δ_1 και δ_1' είναι κλειστοί και ο μεταγωγός μ βρίσκεται στη θέση (1). Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ανοίγουμε ακαριαία τους διακόπτες δ_1 και δ_1' ενώ κλείνουμε τους διακόπτες δ_2 και δ_2', χωρίς να σχηματιστεί σπινθήρας, οπότε τα ιδανικά κυκλώματα LC αρχίζουν να εκτελούν ηλεκτρικές ταλαντώσεις.





Γ1. Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{Q_B}{Q_A}$ όπου Q_A, Q_B τα μέγιστα φορτία των πυκνωτών στα κυκλώματα A και B αντίστοιχα.

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο του κυκλώματος A όταν η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή.

Μονάδες 7

Γ3. Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{i_A}{i_B}$ όπου i_A, i_B οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τα πηνία των κυκλωμάτων A και B αντίστοιχα, τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{3\pi}{4} \cdot 10^{-4} sec$. Στο κύκλωμα B θεωρούμε ως θετική τη φορά του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο πριν το κλείσιμο του διακόπτη δ_2'.

Μονάδες 7

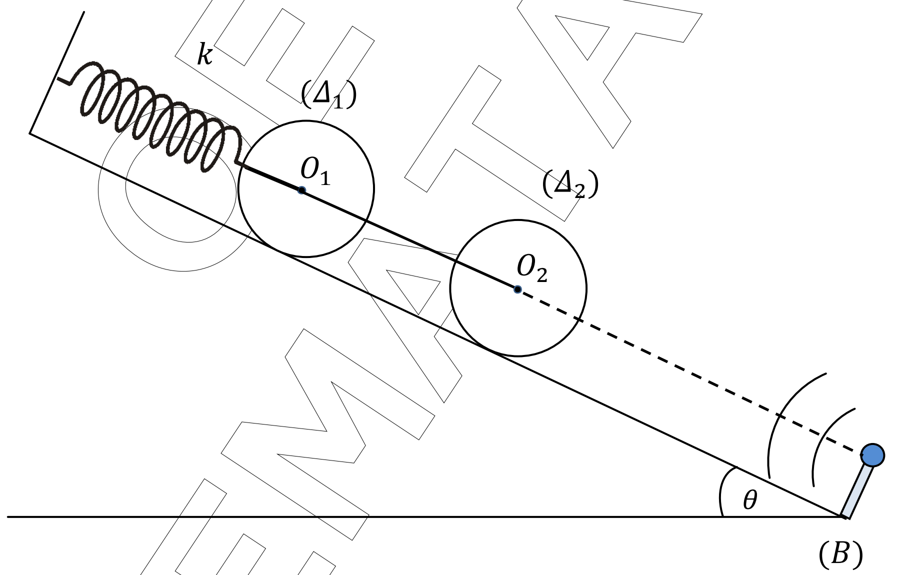
Γ4. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία εκ νέου θεωρούμε ως αρχή των χρόνων, το φορτίο του πυκνωτή στο κύκλωμα Β έχει τη μέγιστη τιμή του Q_B. Τη στιγμή αυτή ο μεταγωγός μ μετακινείται ακαριαία στη θέση (2), χωρίς να σχηματιστεί σπινθήρας και το κύκλωμα B αρχίζει να εκτελεί φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $Q = Q_B \cdot e^{-\Lambda t}$, όπου Λ θετική σταθερά. Στο τέλος των 200 πρώτων ταλαντώσεων η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης έχει υποτετραπλασιαστεί. Να υπολογίσετε τη σταθερά Λ.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας λόγω ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας και ότι η περίοδος της φθίνουσας ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι ίση με την περίοδο της αμείωτης ηλεκτρικής ταλάντωσης. Δίνονται $ln2 \cong \frac{\pi}{5}$ και $\eta\mu\frac{\pi}{4} = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

ΘΕΜΑ Δ

Οι κυκλικοί ομογενείς δίσκοι Δ_1 και Δ_2 του σχήματος έχουν μάζα $M = 4kg$ και ακτίνα $R = 0,2m$ ο καθένας. Το κέντρο μάζας του δίσκου (Δ_1) συνδέεται κατάλληλα στο ελεύθερο άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 150N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Τα κέντρα μάζας O_1 και O_2 των δύο δίσκων συνδέονται με λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο κέντρο μάζας του δίσκου (Δ_2) έχουμε προσαρμόσει μικρό ανιχνευτή ηχητικών κυμάτων αμελητέας μάζας. Στη βάση (B) του κεκλιμένου επιπέδου υπάρχει πηγή ηχητικών κυμάτων συχνότητας $f_s = 680Hz$. Η πηγή των ηχητικών κυμάτων και ο ανιχνευτής στο δίσκο (Δ_2) βρίσκονται στην ίδια ευθεία, παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο.



Κόβουμε το νήμα που συνδέει τα κέντρα των δύο δίσκων οπότε ο δίσκος (Δ_2) αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής τη στιγμή που ο δίσκος (Δ_2) φτάνει στη βάση (B) του κεκλιμένου επιπέδου, ελάχιστα πριν συγκρουστεί με την ηχητική πηγή, είναι $f_A = 700Hz$.

Δ1. Να υπολογίσετε το μήκος της διαδρομής που διανύει το κέντρο μάζας του δίσκου (Δ_2) μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 5

Δ2. Για ποιες τιμές του συντελεστή οριακής στατικής τριβής η κίνηση του δίσκου (Δ_2) γίνεται χωρίς ολίσθηση;

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου (Δ_2) όταν φτάσει στη βάση (B) του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 5

Δ4. Να παραστήσετε γραφικά τη συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο ανιχνευτής σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή που κόψαμε το νήμα μέχρι ο δίσκος (Δ_2) να φτάσει στη βάση (B) του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 5

Δ5. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε ο δίσκος (Δ_1) να σταματήσει για πρώτη φορά μετά το κόψιμο του νήματος, αν κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.

Μονάδες 5

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κάθε δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$, $\eta\mu\theta = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\theta = 0{,}8$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$ και η ταχύτητα του ήχου στον ακίνητο αέρα $\upsilon_{\eta\chi} = 340m/s$.
Να θεωρήσετε ότι ο άξονας περιστροφής κάθε δίσκου διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Ημερομηνία: Τετάρτη 23 Απριλίου 2014
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

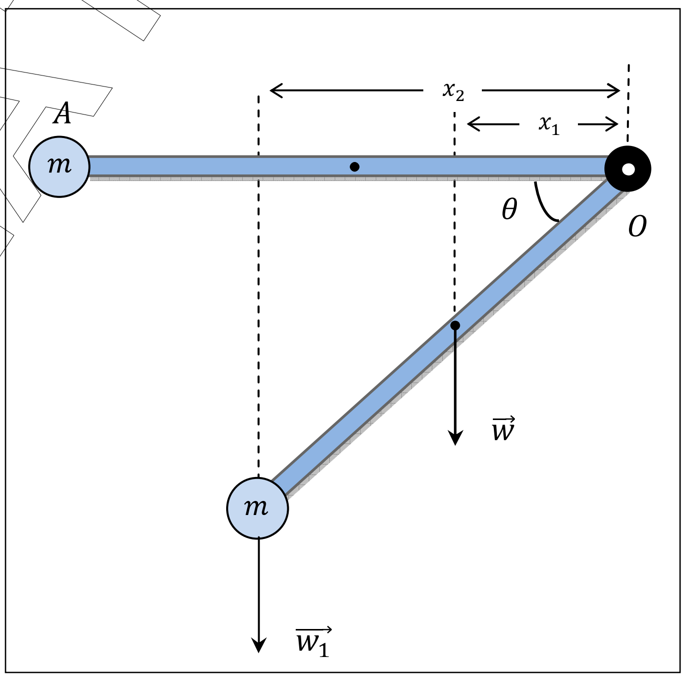
ΘΕΜΑ Α

Α1. δ
Α2. γ
Α3. α
Α4. β
Α5. **α.** Σωστό, **β.** Λάθος, **γ.** Λάθος, **δ.** Σωστό, **ε.** Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή επιλογή (α)

Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος και έχουν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής απεικονίζονται στο παρακάτω σχήμα.



- Βάρος της ράβδου $\vec{w}$
- Βάρος της σημειακής μάζας $\vec{w_1}$

Εφαρμόζουμε για τη ράβδο το Θεώρημα *Steiner* ως προς τον άξονα περιστροφής και έχουμε ότι:

$$I_O = I_{cm} + M \cdot \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$I_O = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 \Rightarrow I_O = \frac{1}{3}M\ell^2$$

Η ροπή αδράνειας του σύνθετου στερεού σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι ίση με:

$$I_{o\lambda} = I_O + I_m \Rightarrow I_{o\lambda} = \frac{1}{3}M\ell^2 + m\ell^2 \xRightarrow{m=\frac{M}{2}} I_{o\lambda} = \frac{1}{3}M\ell^2 + \frac{M}{2}\ell^2 \Rightarrow I_{o\lambda} = \frac{5M\ell^2}{6}$$

Υπολογίζουμε τις κάθετες αποστάσεις τριγωνομετρικά.

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{x_1}{\frac{\ell}{2}} \Rightarrow x_1 = \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \ (\mathbf{1})$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{x_2}{\ell} \Rightarrow x_2 = \ell \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \ (\mathbf{2})$$

Εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο Στροφικής Κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά περιστροφής.

$$\Sigma\tau_O = I_{o\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow w \cdot x_1 + w_1 \cdot x_2 = I_{o\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \xRightarrow{(1),(2)}$$

$$M \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\theta + m \cdot g \cdot \ell \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = I_{o\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$M \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\theta + \frac{M}{2} \cdot g \cdot \ell \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{5M\ell^2}{6} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow g \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{5\ell}{6} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{6 \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{5 \cdot \ell}}$$

Β2. Σωστή επιλογή (β)

Όταν τα άκρα της χορδής είναι ακλόνητα στερεωμένα τότε το μήκος της χορδής δίνεται από τη σχέση:

$$L = N\frac{\lambda_1}{2} \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{2L}{N} \ (\mathbf{1})$$

Όταν το ένα άκρο της χορδής είναι ακλόνητα στερεωμένο τότε το μήκος της χορδής δίνεται από τη σχέση:

$$L = \frac{\lambda_2}{4} + (N-1)\frac{\lambda_2}{2} \Leftrightarrow 4L = \lambda_2 + 2N\lambda_2 - 2\lambda_2 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{4L}{2N-1} (\mathbf{2})$$

Εφαρμόζουμε το Θεμελιώδη Νόμο της Κυματικής σε κάθε περίπτωση.

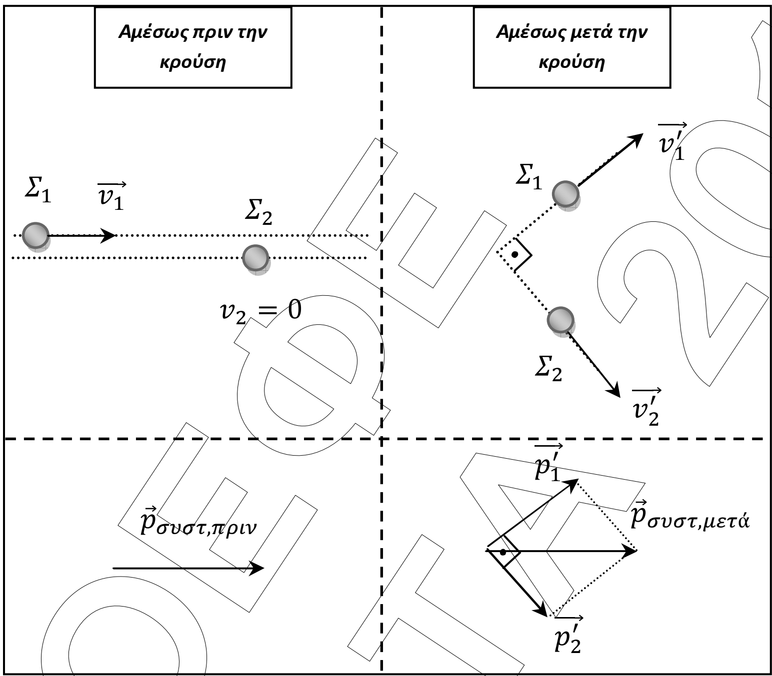
$$v_\delta = \lambda_1 \cdot f_1 \Leftrightarrow f_1 = \frac{v_\delta}{\lambda_1} \ (\mathbf{3})$$

$$v_\delta = \lambda_2 \cdot f_2 \Leftrightarrow f_2 = \frac{v_\delta}{\lambda_2} \ (\mathbf{4})$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις (3), (4)

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{v_\delta}{\lambda_1}}{\frac{v_\delta}{\lambda_2}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xrightarrow{(1),(2)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{4L}{2N-1}}{\frac{2L}{N}} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{f_1}{f_2} = \frac{2N}{2N-1}}$$

Β3. Σωστή επιλογή (α)



<u>**Αρχή Διατήρησης Ορμής (*Α.Δ.Ο.*)**</u>

$$\vec{p}_{συστ,πριν} = \vec{p}_{συστ,μετά} \Rightarrow p_{συστ,πριν} = \sqrt{p_1'^2 + p_2'^2} \Rightarrow$$

$$m_1 \cdot v_1 = \sqrt{(m_1 \cdot v_1')^2 + (m_2 \cdot v_2')^2} \Rightarrow (m_1 \cdot v_1)^2 = (m_1 \cdot v_1')^2 + (m_2 \cdot v_2')^2 \ \mathbf{(1)}$$

Σε κάθε ελαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος των δυο σωμάτων παραμένει σταθερή.

<u>**Αρχή Διατήρησης Ενέργειας (*Α.Δ.Ε.*)**</u>

$$K_{συστ}^{πριν} = K_{συστ}^{μετά} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_2' \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_1(v_1')^2 + \frac{1}{2}m_2(v_2')^2 \Rightarrow$$

$$m_1 v_1^2 = m_1(v_1')^2 + m_2(v_2')^2$$

Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της τελευταίας εξίσωσης με m_1

$$(m_1 \cdot v_1)^2 = (m_1 \cdot v_1')^2 + m_1 \cdot m_2 (v_2')^2 \ \mathbf{(2)}$$

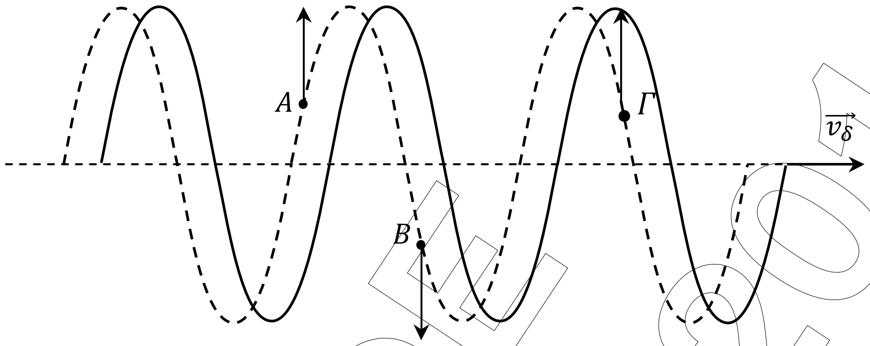
Αφαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις (1), (2)

$$(m_1 \cdot v_1)^2 - (m_1 \cdot v_1)^2 = (m_1 \cdot v_1')^2 + (m_2 \cdot v_2')^2 - (m_1 \cdot v_1')^2 - m_1 \cdot m_2 (v_2')^2 \Rightarrow$$

$$0 = (m_2 \cdot v_2')^2 - m_1 \cdot m_2 (v_2')^2 \Leftrightarrow m_2^2 (v_2')^2 = m_1 \cdot m_2 (v_2')^2 \Rightarrow \boldsymbol{m_1 = m_2}$$

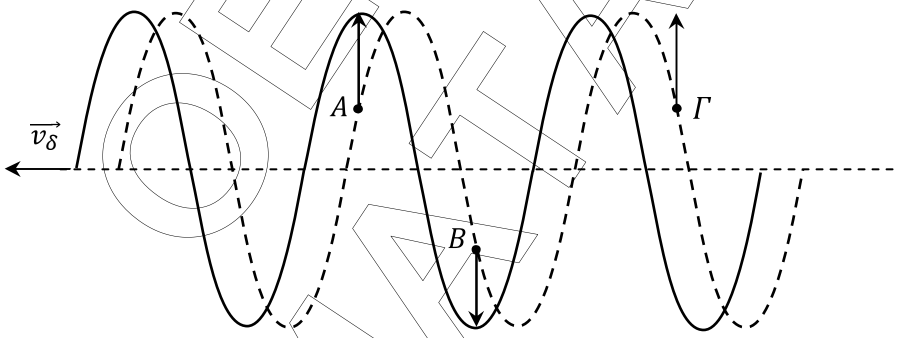
Β4. Σωστή επιλογή (γ)

Αν το κύμα διαδίδεται διαδίδεται προς τα δεξιά τότε σε χρονικό διάστημα Δtθα μεταπιστεί προς τα δεξιά κατά Δx, όπως φαίνεται στο σχήμα.

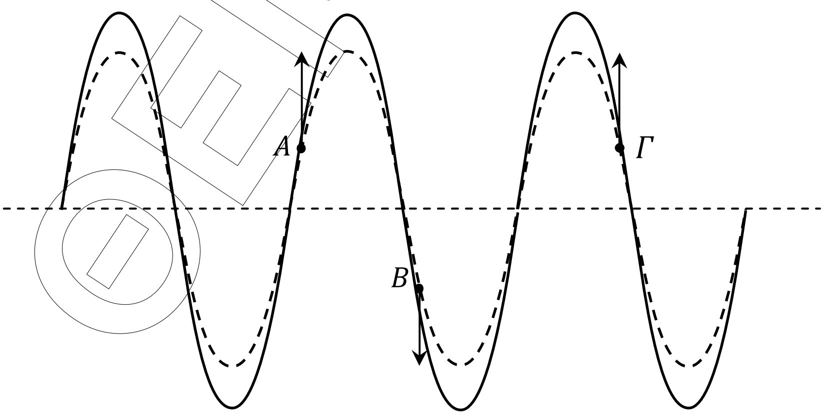


Άτοπο ως προς τα σημεία Α και Β του ελαστικού μέσου.

Αν το κύμα διαδίδεται διαδίδεται προς τα αριστερά τότε σε χρονικό διάστημα Δt θα μεταπιστεί προς τα αριστερά κατά Δx, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Άτοπο ως προς το σημείο Γ του ελαστικού μέσου.

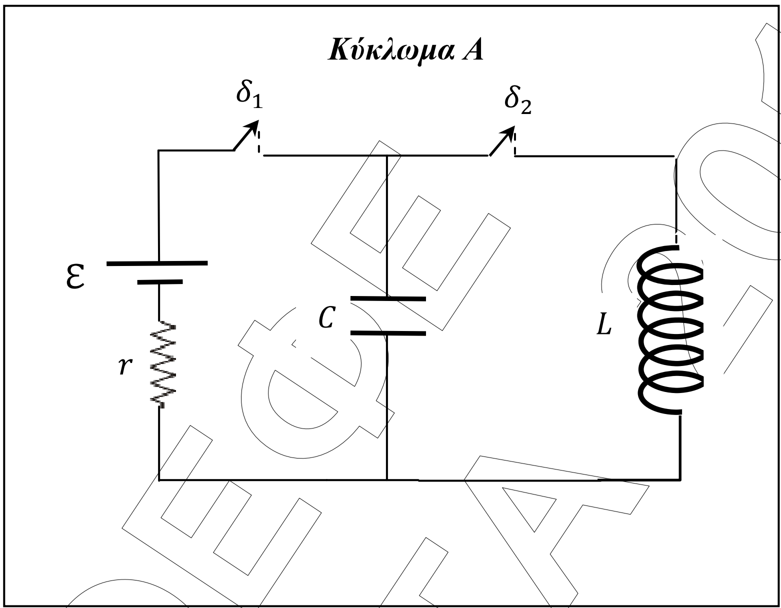


Συνεπώς το στιγμιότυπο αντιστοιχεί σε στάσιμο κύμα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Κύκλωμα Α

Αρχικά ο πυκνωτής είναι πλήρως φορτισμένος κι επομένως λειτουργεί στο κύκλωμα ως ανοιχτός διακόπτης. Άρα το κύκλωμα δε διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα και κατά προέκταση στα άκρα των αντιστάσεων δεν αναπτύσσεται τάση.



Εφαρμόζοντας το 2^{o} κανόνα του $kirchhoff$ συμπεραίνουμε ότι η τάση στα άκρα του πυκνωτή ισούται με την $Η.Ε.Δ.$ της πηγής.

$$V_{max,A} = \mathcal{E} = 20Volt$$

Υπολογισμός αρχικού (μέγιστου) φορτίου του πυκνωτή από τον ορισμό της χωρητικότητας.

$$Q_A = C \cdot V_{max,A} \Rightarrow Q_A = (10^{-6} \cdot 20)C \Rightarrow \boldsymbol{Q_A = 2 \cdot 10^{-5} C}$$

Υπολογισμός γωνιακής συχνότητας ταλάντωσης

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{10^{-2} \cdot 10^{-6}}} \left(\frac{rad}{s}\right) \Rightarrow \omega = 10^4 rad/s$$

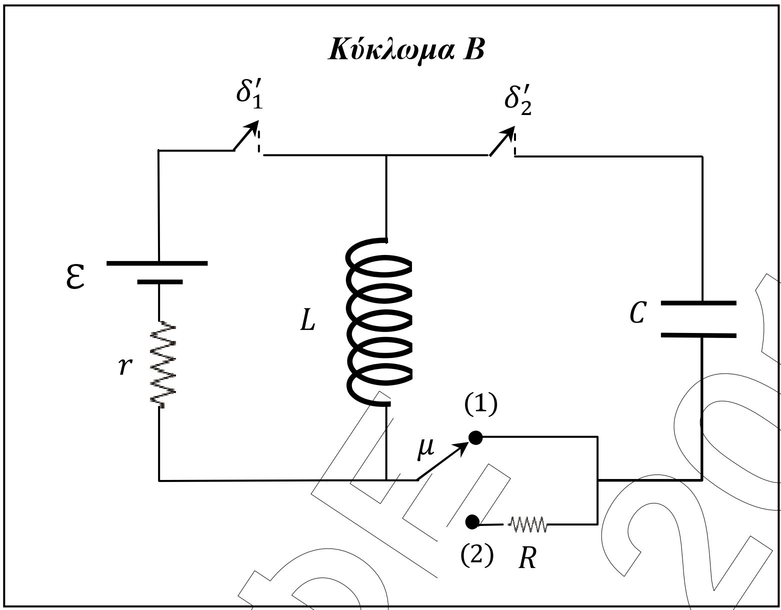
Κύκλωμα Β

Αρχικά το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα, του οποίου την ένταση υπολογίζουμε με το Νόμο του Ohm σε κλειστό κύκλωμα.

$$I_B = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_B = \frac{\mathcal{E}}{r} \Rightarrow I_B = \frac{20}{2} A \Rightarrow I_B = 10A$$

Υπολογισμός μέγιστου φορτίου του πυκνωτή

$$I_B = \omega \cdot Q_B \Rightarrow Q_B = \frac{I_B}{\omega} \Rightarrow Q_B = \frac{10}{10^4} C \Rightarrow \boldsymbol{Q_B = 10^{-3} C}$$



Συνεπώς ο λόγος $\frac{Q_B}{Q_A}$ θα είναι ίσος με:

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{10^{-3}C}{2 \cdot 10^{-5}C} = \frac{10^2}{2} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{Q_B}{Q_A} = 50}$$

Γ2. Υπολογισμός μέγιστης τιμής της έντασης του ρεύματος που διαρρέι το πηνίο του κυκλώματος Α.

$$I_A = \omega \cdot Q_A \Rightarrow I_A = (10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-5})A \Rightarrow I_A = 0{,}2A$$

Επειδή τη χρονική στιγμή $t = 0$, ο πυκνωτής του κυκλώματος A είναι πλήρως φορτισμένος ($q_A = +Q_A$) και το κύκλωμα δε διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα ($i_A = 0$), θα ισχύουν οι εξισώσεις

$$q_A = Q_A συνωt \Rightarrow \boldsymbol{q_A = 2 \cdot 10^{-5} συν 10^4 t} \ (\boldsymbol{S.I.})$$

$$i_A = -I_A ημωt \Rightarrow \boldsymbol{i_A = -0{,}2ημ10^4 t} \ (\boldsymbol{S.I.})$$

Αρχή Διατήρησης της ενέργειας (Α.Δ.Ε.) στην ηλεκτρική ταλάντωση του κυκλώματος Α.

$$E_T = U_E + U_B = U_E^{max} \xRightarrow{U_B = 3U_E} U_E + 3U_E = U_E^{max} \Rightarrow 4U_E = U_E^{max} \Rightarrow 4\frac{1}{2} \cdot \frac{q_A^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_A^2}{C}$$

$$\Rightarrow q_A^2 = \frac{Q_A^2}{4} \Rightarrow q_A = \pm\frac{Q_A}{2} \Rightarrow q_A = \pm\frac{2 \cdot 10^{-5}}{2}C \Rightarrow q_A = \pm 10^{-5}C$$

Εφαρμόζοντας τον 2ο Κανόνα του Kirchhoff σε ιδανικό κύκλωμα LC προκύπτει ότι κάθε χρονική στιγμή $v_C = v_L$ (1).

$$\left.\begin{matrix} \mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau} = -L\dfrac{di}{dt} \\ \mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau} = v_L \end{matrix}\right\} \Rightarrow -L\frac{di}{dt} = v_L \overset{(1)}{\Longrightarrow} -L\frac{di}{dt} = v_C \xrightarrow{v_C = \frac{q}{C}} -L\frac{di}{dt} = \frac{q}{C} \Leftrightarrow$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{LC}\cdot q \xrightarrow{\omega^2 = \frac{1}{LC}} \boldsymbol{\frac{di}{dt} = -\omega^2 \cdot q}$$

Άρα η απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο του κυκλώματος Α θα είναι

$$\left|\frac{di_A}{dt}\right| = \omega^2 \cdot |q_A| \Rightarrow \left|\frac{di_A}{dt}\right| = [(10^4)^2 \cdot 10^{-5}]\frac{A}{sec} \Rightarrow \boldsymbol{\left|\frac{di_A}{dt}\right| = 10^3\,\frac{A}{sec}}$$

Γ3. Υπολογισμός μέγιστης τιμής της έντασης του ρεύματος που διαρρέι το πηνίο του κυκλώματος Β.

$$I_B = \omega \cdot Q_B \Rightarrow I_B = (10^4 \cdot 10^{-3})A \Rightarrow I_B = 10A$$

Επειδή τη χρονική στιγμή $t = 0$, ο πυκνωτής του κυκλώματος B είναι αφόρτιστος ($q_B = 0$) και το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα μέγιστης έντασης ($i_B = +I_B$), θα ισχύουν οι εξισώσεις

$$q_B = Q_B \eta\mu\omega t \Rightarrow \boldsymbol{q_B = 10^{-3}\eta\mu 10^4 t}\ (\boldsymbol{S.I.})$$

$$i_B = I_B \sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow \boldsymbol{i_B = 10 \cdot \sigma\upsilon\nu 10^4 t}\ (\boldsymbol{S.I.})$$

Συνεπώς ο λόγος $\frac{i_A}{i_B}$ θα είναι ίσος με:

$$\frac{i_A}{i_B} = \frac{-0{,}2\eta\mu 10^4 t}{10 \cdot \sigma\upsilon\nu 10^4 t} = -\frac{1}{50}\ \varepsilon\varphi(10^4 t) \xrightarrow{t = t_2} \frac{i_A}{i_B} = -\frac{1}{50}\ \varepsilon\varphi\left(10^4\frac{3\pi}{4}10^{-4}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{i_A}{i_B} = -\frac{1}{50}\ \varepsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow \frac{i_A}{i_B} = -\frac{1}{50}(-1) \Rightarrow \boldsymbol{\frac{i_A}{i_B} = \frac{1}{50}}$$

Γ4. Το κύκλωμα Β θα έχει ολοκληρώσει 200 πλήρεις ταλαντώσεις τη χρονική στιγμή

$$t_3 = N \cdot T \Rightarrow t = N \cdot \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow t_3 = \left(200 \cdot \frac{2\pi}{10^4}\right) sec \Rightarrow t_3 = 4\pi \cdot 10^{-2} sec$$

Η ενέργεια της φθίνουσας ταλάντωσηςτου κυκλώματος Β δίνεται από τη σχέση:

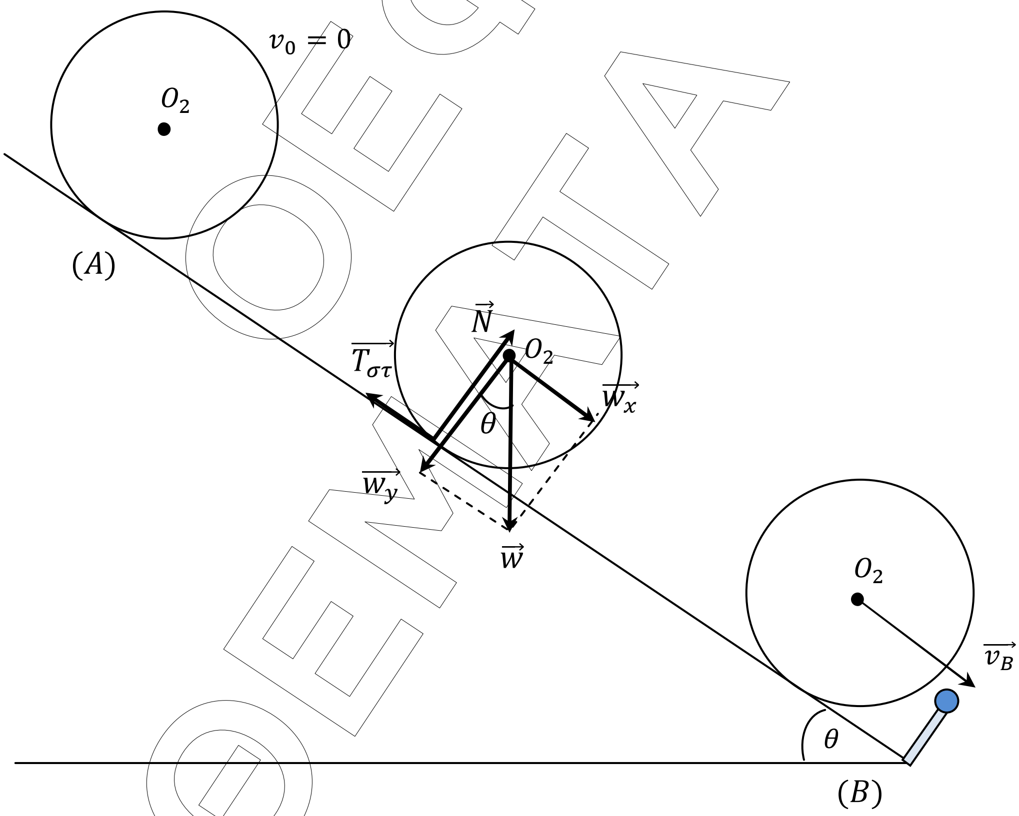
$$E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow E = \frac{1}{2}\frac{Q_B^2 \cdot e^{-2\Lambda t}}{C} \Rightarrow E = E_0 \cdot e^{-2\Lambda t} \xRightarrow{t = t_3, E = \frac{E_0}{4}} \frac{E_0}{4} = E_0 \cdot e^{-2\Lambda t_3}$$

$$\Rightarrow ln\left(\frac{1}{4}\right) = l\,n(e^{-2\Lambda t_3}) \Rightarrow ln\,1 - ln4 = -2\Lambda t_3 \Rightarrow 0 - ln2^2 = -2\Lambda t_3 \Rightarrow$$

$$-2ln2 = -2\Lambda t_3 \Rightarrow \Lambda = \frac{ln2}{t_3} \Rightarrow \Lambda = \left(\frac{\frac{\pi}{5}}{4\pi \cdot 10^{-2}}\right)\frac{1}{sec} \Rightarrow \boldsymbol{\Lambda = 5\frac{1}{sec}}$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος ο δίσκος (Δ_2) αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο υπό την επίδραση του βάρους $\vec{w}$, της κάθετης αντίδρασης $\vec{N}$ και της στατικής τριβής $\vec{T_{\sigma\tau}}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Επειδή ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, θα ισχύει ότι:

$$v_{cm} = \omega \cdot R \Leftrightarrow \omega = \frac{v_{cm}}{R}\,\mathbf{(1)}$$

και

$$\alpha_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R \Leftrightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R}\,\mathbf{(2)}$$

Ο κινούμενος παρατηρητής (ανιχνευτής) πλησιάζει την ακίνητη ηχητική πηγή και καταγράφει συχνότητα η οποία ικανοποιεί τη σχέση:

$$f_A = \frac{v_{\eta\chi} + v_{cm}}{v_{\eta\chi}} f_s \ (\mathbf{3})$$

Όταν ο δίσκος φτάνει στη βάση (Β) του κεκλιμένου επιπέδου ο ανιχνευτής καταγράφει ήχο συχνότητας $f_A = 700Hz$ και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι $\overrightarrow{v_B}$. Συνεπώς η σχέση (3) θα γίνει:

$$700 = \frac{340 + v_B}{340} \cdot 680 \Rightarrow 700 = (340 + v_B) \cdot 2 \Rightarrow 700 = 680 + 2v_B \Rightarrow 20 = 2v_B \Rightarrow$$

$$v_B = 10m/sec$$

Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολή Κινητικής Ενέργειας για την κίνηση του δίσκου (Δ_2) από την αρχική του θέση (A) μέχρι τη βάση (B) του κεκλιμένου επιπέδου.

$$K_B - K_A = W_{w_x} + W_{w_y} + W_{T_{\sigma\tau}} + W_N \Rightarrow \frac{1}{2}Mv_B^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_B^2 = w_x \cdot s_{cm} + 0 + 0 + 0$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}Mv_B^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\left(\frac{v_B}{R}\right)^2 = Mg \cdot \eta\mu\theta \cdot s_{cm} \Rightarrow \frac{1}{2}Mv_B^2 + \frac{1}{4}Mv_B^2 = Mg \cdot \eta\mu\theta \cdot s_{cm} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4}v_B^2 = g \cdot \eta\mu\theta \cdot s_{cm} \Leftrightarrow s_{cm} = \frac{3 \cdot v_B^2}{4 \cdot g \cdot \eta\mu\theta} \Rightarrow s_{cm} = \left(\frac{3 \cdot 10^2}{4 \cdot 10 \cdot 0{,}6}\right)m \Rightarrow$$

$$s_{cm} = \left(\frac{300}{24}\right)m \Rightarrow \boldsymbol{s_{cm} = 12{,}5m}$$

Δ2. Για την κίνηση του δίσκου (Δ_2) εφαρμόζουμε:

<u>Θεμελιώδη Νόμο της Μεταφορικής Κίνησης στον άξονα της κίνησης</u>

$$\Sigma F_x = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow w_x - T_{\sigma\tau} = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow Mg \cdot \eta\mu\theta - T_{\sigma\tau} = M \cdot \alpha_{cm} (\mathbf{4})$$

<u>Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής Κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής</u>

$$\Sigma\tau_{cm} = I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{M\alpha_{cm}}{2} (\mathbf{5})$$

Στη συνέχεια προσθέτουμε κατά μέλη τις εξισώσεις (4), (5) και έχουμε ότι:

$$Mg \cdot \eta\mu\theta - T_{\sigma\tau} + T_{\sigma\tau} = M \cdot \alpha_{cm} + \frac{M\alpha_{cm}}{2} \Rightarrow 40 \cdot 0{,}6 = 6 \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = 4m/s^2$$

Άρα η σχέση (5) θα γίνει:

$$T_{\sigma\tau} = \frac{M\alpha_{cm}}{2} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 8N$$

Εφαρμόζουμε τον 1$^{\text{ο}}$ Νόμο του $Newton$ στον άξονα $y'y$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w_y = 0 \Rightarrow\Rightarrow N = Mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow N = 32N$$

Για να κυλίεται ο δίσκος (Δ_2) χωρίς ολίσθηση πρέπει να ισχύει:

$$T_{o\rho} \geq T_{\sigma\tau} \Rightarrow \mu_{o\rho} \cdot N \geq T_{\sigma\tau} \Leftrightarrow \mu_{o\rho} \geq \frac{T_{\sigma\tau}}{N} \Rightarrow \mu_{o\rho} \geq \frac{8}{32} \Rightarrow \boldsymbol{\mu_{o\rho} \geq 0,25}$$

Δ3. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου (Δ_2) όταν φτάσει στη βάση (B) του κεκλιμένου επιπέδου θα είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma\tau \cdot \omega_B + \Sigma F_x \cdot \upsilon_B \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{dK}{dt} = T_{\sigma\tau} \cdot R \cdot \frac{\upsilon_B}{R} + (w_x - T_{\sigma\tau}) \cdot \upsilon_B \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = T_{\sigma\tau} \cdot \upsilon_B + Mg \cdot \eta\mu\theta \cdot \upsilon_B - T_{\sigma\tau} \cdot \upsilon_B \Rightarrow \frac{dK}{dt} = Mg \cdot \eta\mu\theta \cdot \upsilon_B \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = (40 \cdot 0,6 \cdot 10)\frac{Joule}{sec} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{dK}{dt} = 240\frac{Joule}{sec}}$$

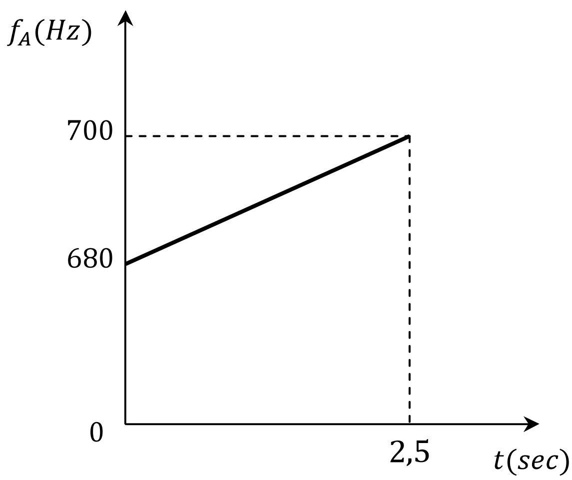
Δ4. Το κέντρο μάζας του δίσκου (Δ_2) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και η ταχύτητα του ικανοποιεί τη σχέση:

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t \Rightarrow \upsilon_{cm} = 4 \cdot t\ (S.I.)\ (\mathbf{6})$$

Ο δίσκος (Δ_2) θα φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου τη χρονική στιγμή

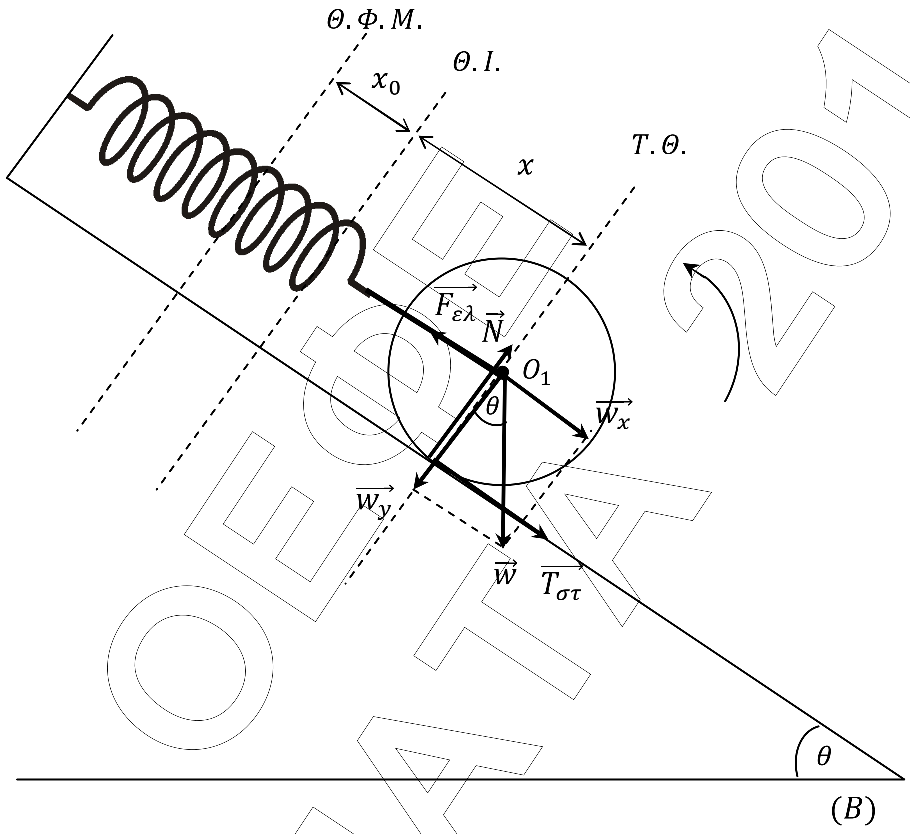
$$(6) \xRightarrow{\upsilon_{cm}=\upsilon_B} \upsilon_B = 4 \cdot t \Rightarrow 10 = 4 \cdot t \Rightarrow t = 2,5sec$$

Στη συνέχεια αντικαθιστούμε τη σχέση (6) στη σχέση (3) και έχουμε ότι:



$$f_A = \left(\frac{340 + 4 \cdot t}{340} \cdot 680\right)(S.I.) \Rightarrow \boldsymbol{f_A = (680 + 8 \cdot t)\ (S.I.)}$$

Δ5. Θα εξετάσουμε αν το κέντρο μάζας του δίσκου (Δ_1) εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος ο δίσκος (Δ_1) αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο υπό την επίδραση του βάρους $\vec{w}$, της κάθετης αντίδρασης $\vec{N}$, της στατικής τριβής $\overrightarrow{T_{\sigma\tau}}$ και της δύναμης του ελατηρίου $\overrightarrow{F_{\varepsilon\lambda}}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) του συστήματος θα ισχύουν:

1. $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 0$
2. $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_x \Rightarrow k \cdot x_0 = w_x$ **(7)**

Για την κίνηση του δίσκου (Δ_1) εφαρμόζουμε:

<u>Θεμελιώδη Νόμο της Μεταφορικής Κίνησης στον άξονα της κίνησης</u>

$$\Sigma F_x = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w_x - T_{\sigma\tau} = M \cdot \alpha_{cm} \,\mathbf{(8)}$$

<u>Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής ως προς τον άξονα περιστροφής</u>

$$\Sigma\tau_{cm} = I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2T_{\sigma\tau}}{M} \,\mathbf{(9)}$$

Αντικαθιστούμε τη σχέση (9) στη σχέση (8) και έχουμε ότι:

$$F_{\varepsilon\lambda} - w_x - T_{\sigma\tau} = M \cdot \frac{2T_{\sigma\tau}}{M} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w_x = 3T_{\sigma\tau} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{3} - \frac{w_x}{3} \; \mathbf{(10)}$$

Επομένως για την τυχαία θέση απομάκρυνσης x θα ισχύει:

$$\overrightarrow{\Sigma F_x} = \overrightarrow{F_{\varepsilon\lambda}} + \overrightarrow{w_x} + \overrightarrow{T_{\sigma\tau}} \Rightarrow \Sigma F_x = w_x + T_{\sigma\tau} - F_{\varepsilon\lambda} \overset{(10)}{\Longrightarrow} \Sigma F_x = w_x + \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{3} - \frac{w_x}{3} - F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\Sigma F_x = \frac{2w_x}{3} - \frac{2F_{\varepsilon\lambda}}{3} \overset{(7)}{\Rightarrow} \Sigma F_x = \frac{2k \cdot x_0}{3} - \frac{2k \cdot (x + x_0)}{3} \Rightarrow \boldsymbol{\Sigma F_x = -\frac{2k}{3} \cdot x}$$

Επειδή ισχύει $\Sigma F_x = -Dx$ με $D = \frac{2k}{3} = 100N/m$, συμπεραίνουμε ότι το κέντρο μάζας του δίσκου (Δ_1) εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$, που κόβεται το νήμα,ο δίσκος (Δ_1) είναι ακίνητος και επομένως βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης του. Θα σταματήσει για πρώτη φορά όταν φτάσει στην άλλη ακραία θέση της ταλάντωσης του μετά από χρονικό διάστημα:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{M}{D}}}{2} \Rightarrow \Delta t = \left(\frac{2\pi\sqrt{\frac{4}{100}}}{2}\right) sec \Rightarrow \Delta t = \left(\frac{2\pi \cdot 0{,}2}{2}\right) sec \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta t = 0{,}2\pi sec}$$